

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

### **Pert - CPM:**

Uno de los primeros casos documentados de la época actual sobre la administración y planificación de proyectos se refiere al proyecto de armamentos del Polaris, empezando 1958. Así surgió el PERT (Program Evaluation and review Technique: Técnica de revisión y evaluación de programa). La metodología desarrollada por la técnica PERT demostró ser de mucha utilidad de tal manera que comenzó a aplicarse en otros tipos de proyectos y a generalizarse su uso tanto en el gobierno como en el sector privado.

Simultáneamente o en la misma época, trabajadores de la Compañía DuPont junto a la empresa constructora de computadora Remington Rand, desarrolló el método de la ruta crítica (CPM: Critical Path Method) con el objetivo de controlar el mantenimiento de proyectos de plantas químicas de DuPont. El CPM es idéntico al PERT en concepto y metodología, por lo que es muy probable que ambos métodos hayan sido desarrollados por las mismas personas. La principal diferencia entre ellos es que la forma como se realizan los estimados de tiempo para las actividades del proyecto son determinísticos con CPM y probabilísticos con PERT.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

### **Definición.**

La técnica del camino crítico es un proceso administrativo de planeación o planificación, programación, ejecución, supervisión y control de las actividades que componen un proyecto. El proyecto a desarrollarse tiene limitaciones de tiempo y recurso, así como consideraciones de costos, por lo que deberá culminarse dentro de un tiempo crítico y al menor costo.

### **Terminología utilizada:**

**Diagrama de red o PERT.** Es una red de círculos o eventos numerados y conectados con arcos o flechas, donde se muestran todas las actividades y eventos que intervienen en un determinado proyecto expresando además las relaciones de prioridad entre las actividades en la red.

**Actividad.** Corresponde a un período de tiempo. Es un trabajo, acción o operación que se debe realizar como parte de un proyecto, se representa mediante una rama o arco de flecha o de red en el diagrama PERT.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

**Lista de actividades.** Es una lista exhaustiva y ordenada donde que muestra todas las diferentes actividades que intervienen en la realización de un proyecto.

**Evento.** Corresponde a un momento en el tiempo. Se identifican al comienzo o a la terminación de una actividad. Se dice que se realiza un evento, cuando todas las actividades que llegan a un mismo nodo han sido terminadas. Se representan con círculos numerados y forman parte del diagrama de red. En cada arco de flecha se dibujan al principio y al fin de las actividades que intervienen en el proyecto.

**Arco de flecha o Rama.** Son las flechas o arcos que forman parte del diagrama de red, significan las actividades en el proyecto.

**Ruta crítica o camino crítico.** Un camino es una serie de actividades sucesivas conectadas, que conduce del principio del proyecto al final del mismo. El camino que requiera el mayor trabajo, es decir, el camino más largo dentro de la red se denomina ruta crítica o camino crítico de la red del proyecto. El tiempo requerido para recorrer este camino o ruta crítica, es el que se necesita o requiere para terminar el proyecto.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

**Predecesoras o antecedentes inmediato.** Son las actividades que deben Preceder (estar antes) inmediatamente a una actividad determinada o dada en un proyecto.

**Actividad ficticia.** Actividades imaginarias que existen dentro del diagrama de red, sólo con la finalidad de establecer las relaciones de precedencia que de otra forma no se podrían establecer. A estas actividades no se les asigna tiempo alguno, es decir tienen tiempo cero. Las actividades ficticias permiten dibujar redes con las relaciones de Precedencia apropiadas, se representa por medio de una línea punteada.

**Holgura o margen.** Es el tiempo libre en la red, es decir, la cantidad de tiempo que se puede retrasar o demorar una actividad sin afectar la fecha de terminación del proyecto total.

**Distribución beta.** Distribución teórica que se utiliza para la estimación del tiempo esperado de la actividad en el PERT. La estimación se basa en el supuesto de que el tiempo de la actividad es una variable aleatoria con probabilidad que sigue una distribución beta unimodal.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

**Tiempo de Inicio mas Temprano (cercano o próximo, TIPi):** Es el tiempo más temprano o próximo en que puede comenzar una actividad.

**Tiempo de Inicio mas Lejano (o tardío o remoto, ITij):** Es el tiempo más lejano o tardío en que puede iniciar una actividad sin que se retrase el proyecto total.

**Tiempo de Terminación más Temprano, TTij:** Es el tiempo más cercano en que puede finalizar una actividad.

**Tiempo de Terminación más Lejano o Tardío, TTTi:** Es el tiempo más lejano o tardío en que puede finalizar una actividad sin que se retrase el proyecto total.

**Tiempo más probable.** Es la estimación del tiempo en que una actividad tiene mayor posibilidad de realizarse sí se repitiera una y otra vez; dicho de otra manera, es el tiempo normal que se necesita en circunstancias ordinarias. Es simbolizado con la letra m.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

**Tiempo optimista.** Es una estimación del tiempo mínimo o más corto posible en el cual es probable que se termine una actividad si todo marcha bien o de forma ideal. Este tiempo es simbolizado con  $a$ .

**Tiempo pesimista.** Es el tiempo máximo o más largo posible estimado, en el cual es probable sea terminada una actividad con el supuesto que ocurran las condiciones más desfavorables, es simbolizado con  $b$ .

**Tiempo esperado para una actividad.** Es el tiempo calculado usando el promedio ponderado o la media aritmética de  $(a + b)/2$  y  $2m$ . Es decir:  $(a+b + 4m)/6$ .

**Tiempo normal.** Es el tiempo necesario para terminar una actividad si esta se realiza en forma normal. Es el tiempo máximo para terminar una actividad con el uso mínimo de recurso.

**Tiempo acelerado.** Tiempo que sería necesario si no se evita costo alguno con tal de reducir el tiempo del proyecto. Tiempo mínimo posible para terminar una actividad con la concentración máxima de recursos.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

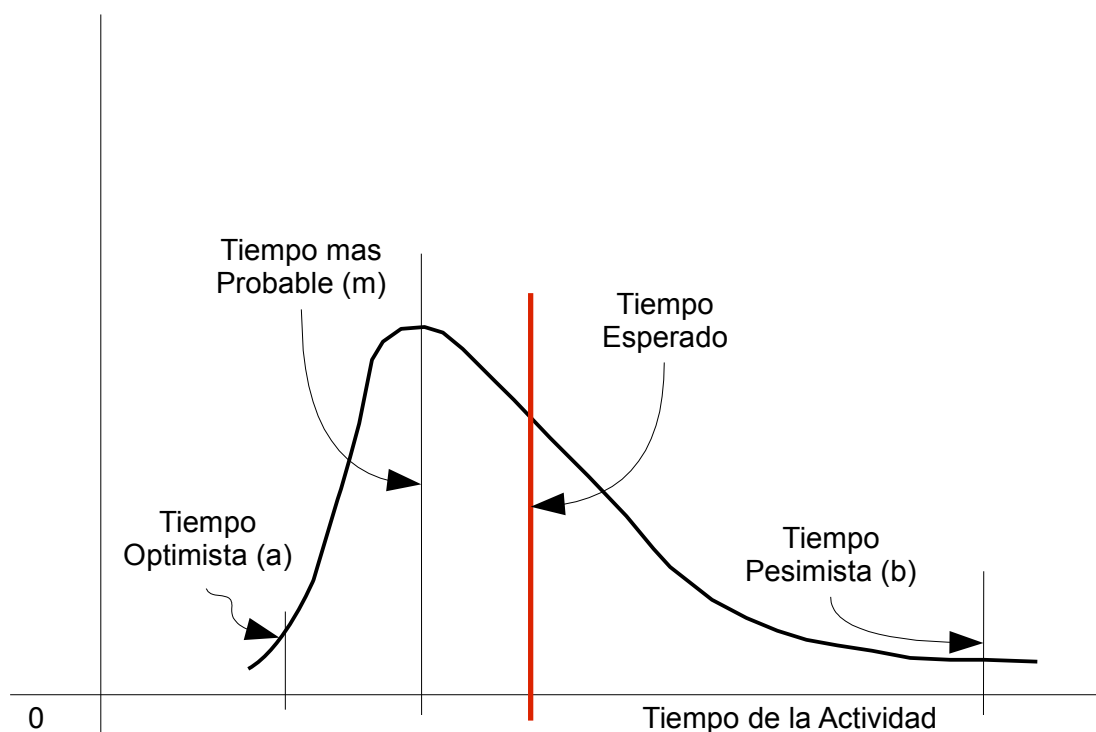
### Inclusión de tiempos probabilísticos:

Suponemos que el tiempo requerido para realizar una actividad sigue una distribución beta. La distribución de tiempo para cualquier actividad se define mediante tres estimaciones de tiempo:

- 1) Tiempo estimado más probable:  $m$ .
- 2) Tiempo estimado optimista:  $a$ .
- 3) Tiempo estimado pesimista:  $b$ .

En el gráfico a continuación se muestra la forma de la distribución beta para los tres tiempos estimados.

Distribución Beta sesgada hacia la Derecha



# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

El tiempo más probable (D) es el tiempo requerido para terminar la actividad bajo condiciones normales. Los tiempos optimistas y pesimistas proporcionan una medida de la incertidumbre relacionada con cada actividad, incluyendo desperfectos en maquinarias y equipos, disponibilidad de mano de obra, retardo la entrega de materiales y otros factores no controlables por los administradores y directores del proyecto.

Para calcular el valor esperado suponemos que el punto medio  $(a + b)/2$  tiene una ponderación igual a la mitad de tiempo más probable  $m$ , Calculando la media aritmética de estos dos valores, obtenemos:

$$\bar{D} = \frac{(a + b + 4m)}{6}$$

Suponiendo igualmente que al menos 90% de cualquier función densidad de probabilidad está dentro de tres desviaciones estándares de su media, la varianza es:

$$V = \frac{(b - a)^2}{6}$$



# **INVESTIGACION DE OPERACIONES:**

## **PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS**

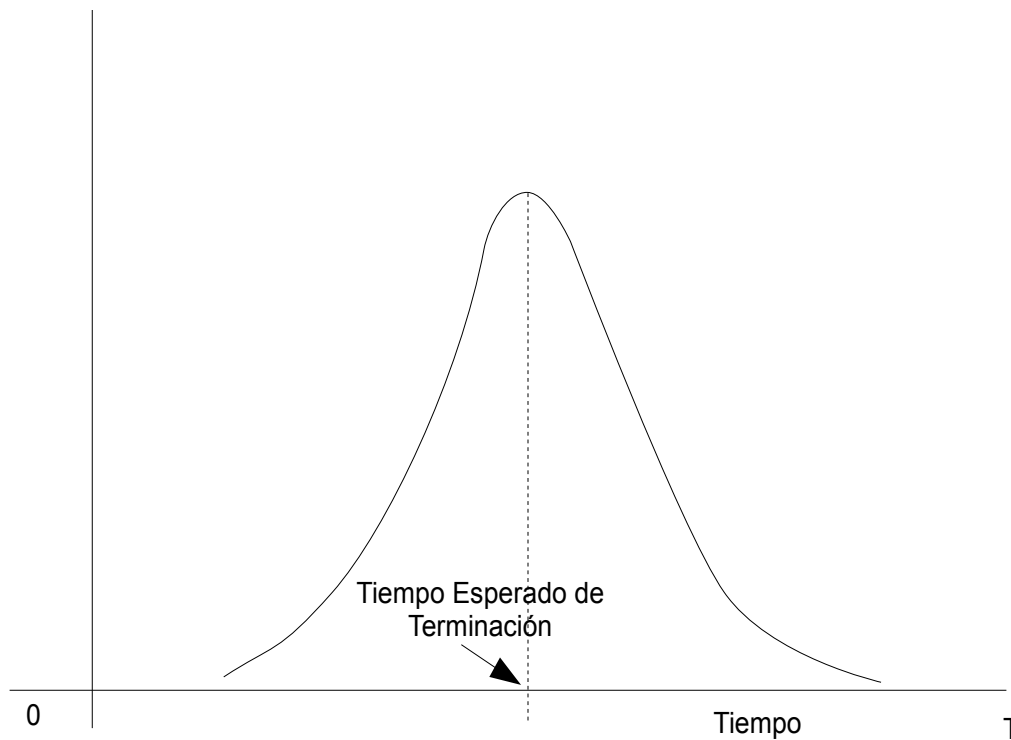
El tiempo esperado de finalización de un proyecto es la suma de todos los tiempos esperados de las actividades sobre la ruta crítica. Igualmente si suponemos (quizá no de forma real o demostrable) que las distribuciones de los tiempos de las actividades son independientes, la varianza del proyecto es la suma de las varianzas de las actividades sobre la ruta crítica.

Todos los cálculos se hacen bajo el supuesto que los tiempos de las actividades se conocen. A medida que el proyecto avanza, los tiempos estimados se utilizan para controlar y evaluar el progreso del proyecto. Si ocurre algún retardo en el proyecto, se hacen esfuerzos por lograr que el proyecto quede de nuevo según lo programado cambiando la asignación de recursos.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

Distribución del Tiempo de Terminación del Proyecto



# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

Todos los cálculos se hacen bajo el supuesto que los tiempos de las actividades se conocen. A medida que el proyecto avanza, los tiempos estimados se utilizan para controlar y evaluar el progreso del proyecto. Si ocurre algún retardo en el proyecto, se hacen esfuerzos por lograr que el proyecto quede de nuevo según lo programado cambiando la asignación de recursos.

Si para un camino cualquiera la esperanza y la varianza son:

$$E\{\mu_i\} = \sum D_i$$

$$\text{var}\{\mu_i\} = \sum V_k$$

k son las actividades sobre la ruta más larga que lleva a i.

## INVESTIGACION DE OPERACIONES:

### PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

Si  $\mu_i$  es la suma de variables aleatorias independientes, entonces según el teorema del límite central, es casi normalmente distribuida con media  $E\{\mu_i\}$  y varianza  $\text{var}\{\mu_i\}$ . Ante un tiempo especificado por el analista  $TP_i$ , y sabiendo que  $\mu_i$  es el tiempo de ocurrencia más próximo, podemos calcular la probabilidad:

$$P(\mu \leq TP_i) = P\left[\frac{\mu_i - E\{\mu_i\}}{\sqrt{\text{var}\{\mu_i\}}} \leq \frac{TP_i - E\{\mu_i\}}{\sqrt{\text{var}\{\mu_i\}}}\right] = P\{Z \leq K_i\}$$

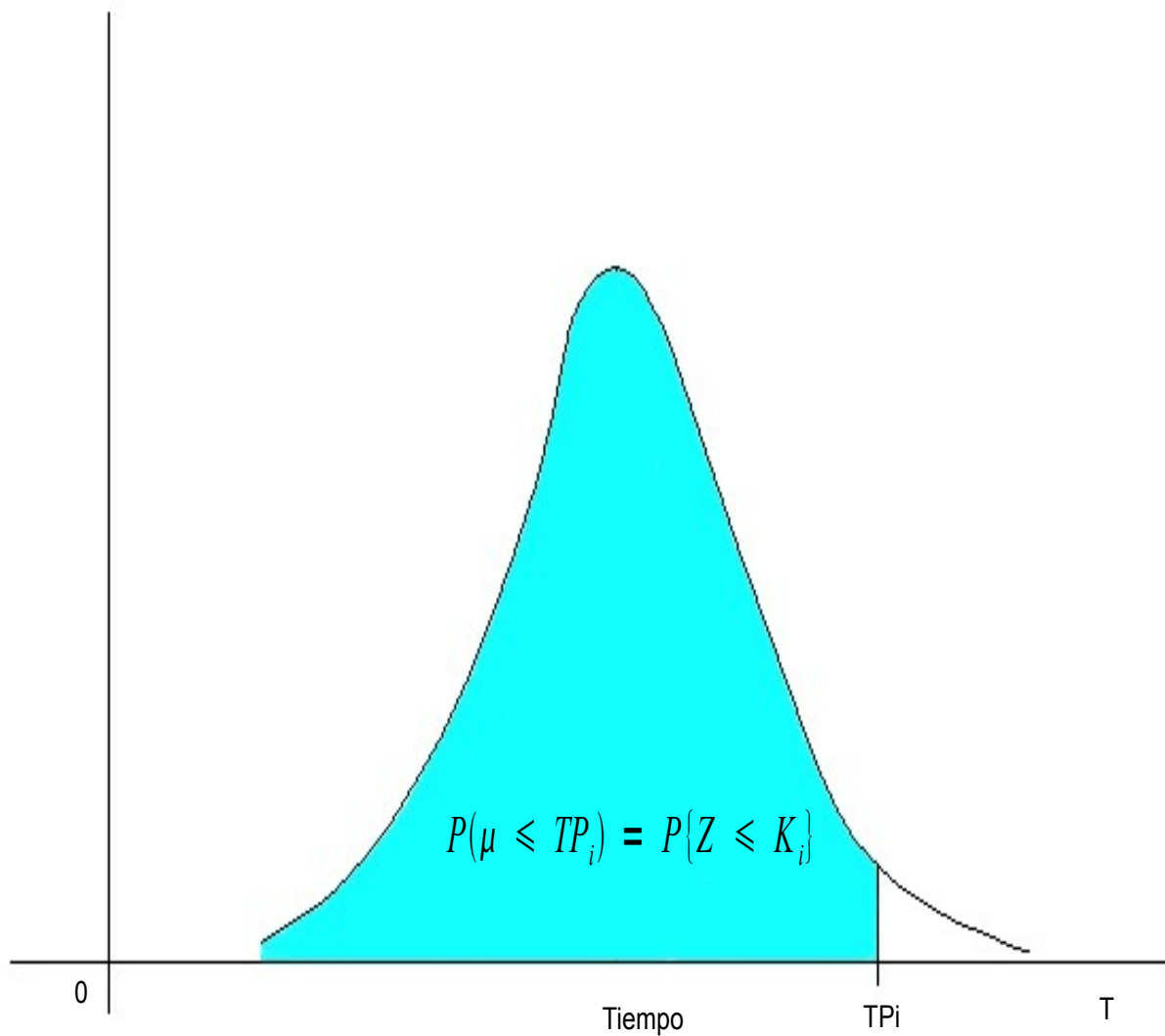
$$K_i = \frac{TP_i - E\{\mu_i\}}{\sqrt{\text{var}\{\mu_i\}}}$$

y  $Z$  representa una variable aleatoria normal estándar con media 0 y varianza 1. En la práctica se toma el tiempo programado  $TP_i$  como el tiempo de terminación más tardío  $TTTi$ .

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

Probabilidad de Terminación del Proyecto antes de una Fecha Límite PTi



# **INVESTIGACION DE OPERACIONES:**

## **PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS**

### **Etapas de la Planificación de Proyectos.**

La planificación de proyectos comprende cuatro etapas:

#### **1. Planificación.**

- a.- Definición del proyecto
- b.- Redacción de lista de Actividades
- c.- Definición de precedencias para las actividades.
- d.- Elaboración de Matriz de Tiempos.
- e.- Listado de recursos necesarios para el proyecto.
- f.- Cálculo de los costo implicados en el desarrollo del proyecto.

#### **2. Programación.**

- a.- Elaboración de diagrama de Gantt o red (pert) de Actividades.
- b.- Calculo de las variaciones en los costos y pendientes
- c.- Determinación de las actividades críticas y de la ruta o camino crítico.
- d.- Verificación de las limitaciones de tiempo, de recursos y económicos
- e.- Revisión de las holguras.
- f.- Cálculo de las probabilidad de retraso

# **INVESTIGACION DE OPERACIONES:**

## **PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS**

### **Etapas de la Planificación de Proyectos.**

#### **3. Ejecución.**

- a.- Aprobación del proyecto
- b.- Ordenes de trabajo

#### **4.- Evaluación y Control.**

- c.- Elaboración de gráficas de control
- d.- Redacción de reportes y análisis de los avances
- e.- Toma de decisiones y ajustes

### **Lista de Actividades**

Es la relación de actividades físicas o mentales que forman procesos interrelacionados en un proyecto total. En general esta información es obtenida de las personas que intervendrán en la ejecución del proyecto, de acuerdo con la asignación de responsabilidades y nombramientos realizados en la Definición del Proyecto.

# **INVESTIGACION DE OPERACIONES:**

## **PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS**

Las actividades pueden ser físicas o mentales, como construcciones, tramites, estudios, inspecciones, dibujos, etc. En términos generales, se considera Actividad a la serie de operaciones realizadas por una persona o grupo de personas en forma continua, sin interrupciones, con tiempos determinados de inicio y fin. Esta lista de actividades sirve de base para que se elaboren los presupuestos de ejecución.

Para asignar las precedencias se puede seguir el siguiente procedimiento.

Se hace un cuestionario a los responsables de los procesos donde se les pregunta cuales actividades deben quedar terminadas o completadas en su totalidad para ejecutar cada una de las que aparecen en la lista. Se pone especial cuidado en que todas y cada una de las actividades tenga por lo menos una precedencia, exceptuando desde luego a las actividades iniciales.

Otra forma sería preguntar a los responsables de la ejecución, cuales actividades deben hacerse al finalizar totalmente cada una de las que aparecen en la lista. Se inicia con la primera actividad, que servirá para indicar unicamente el punto de partida de las demás. La información se toma una por una de las actividades listadas, sin pasar por alto ninguna de ellas.



# **INVESTIGACION DE OPERACIONES:**

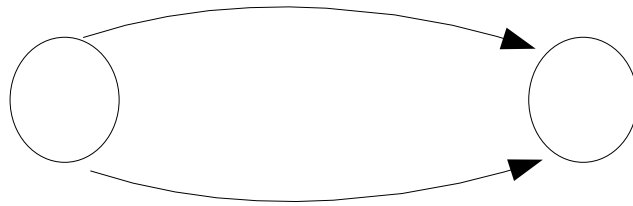
## **PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS**

### **Construcción de la Red:**

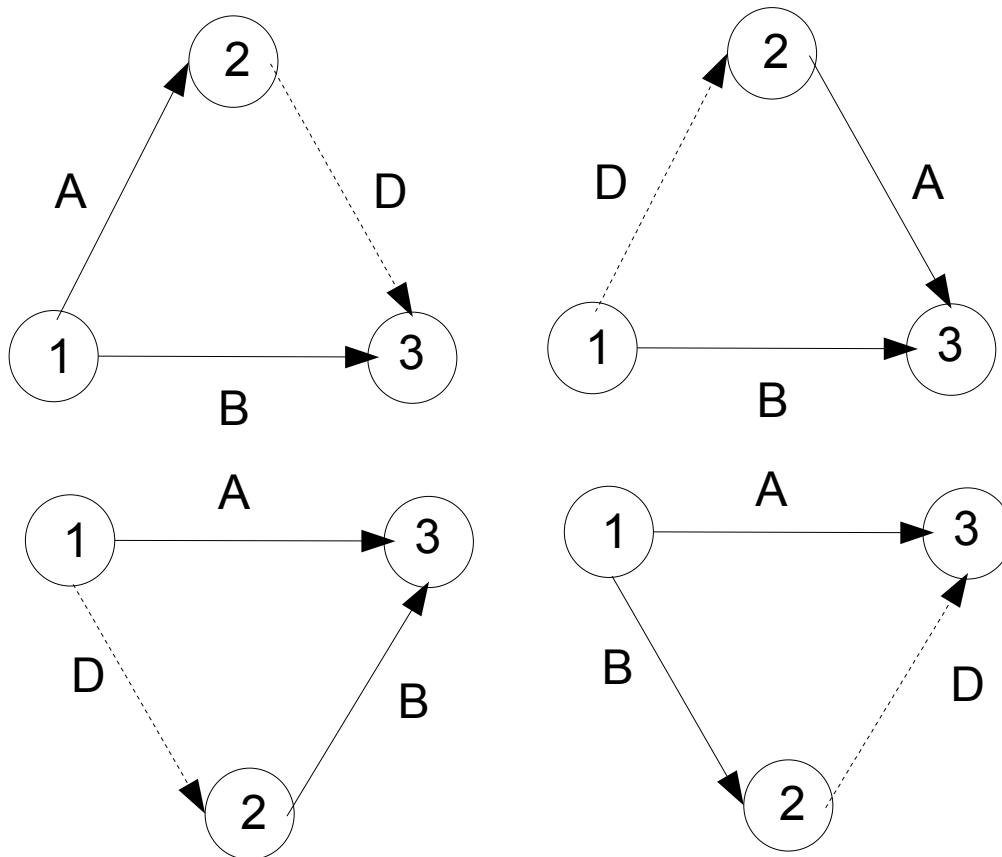
Para construir la red o grafo se siguen las siguientes reglas:

- 1: Una actividad se representa con una y solamente una flecha en la red.
- 2: Entre dos eventos sucesivos: inicial y terminal solamente hay una actividad.
- 3: Para que las relaciones de precedencia se muestren de forma correcta en el grafo, al agregar una nueva actividad se deben responder las siguientes preguntas:
  - ¿Que actividades deben terminarse para que la actividad pueda comenzar?.
  - ¿Que actividades siguen a esta actividad?.
  - ¿Que actividades se realizan de manera simultánea con esta actividad?.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES: PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS



Dos actividades no pueden tener el mismo nodo inicial y terminal.

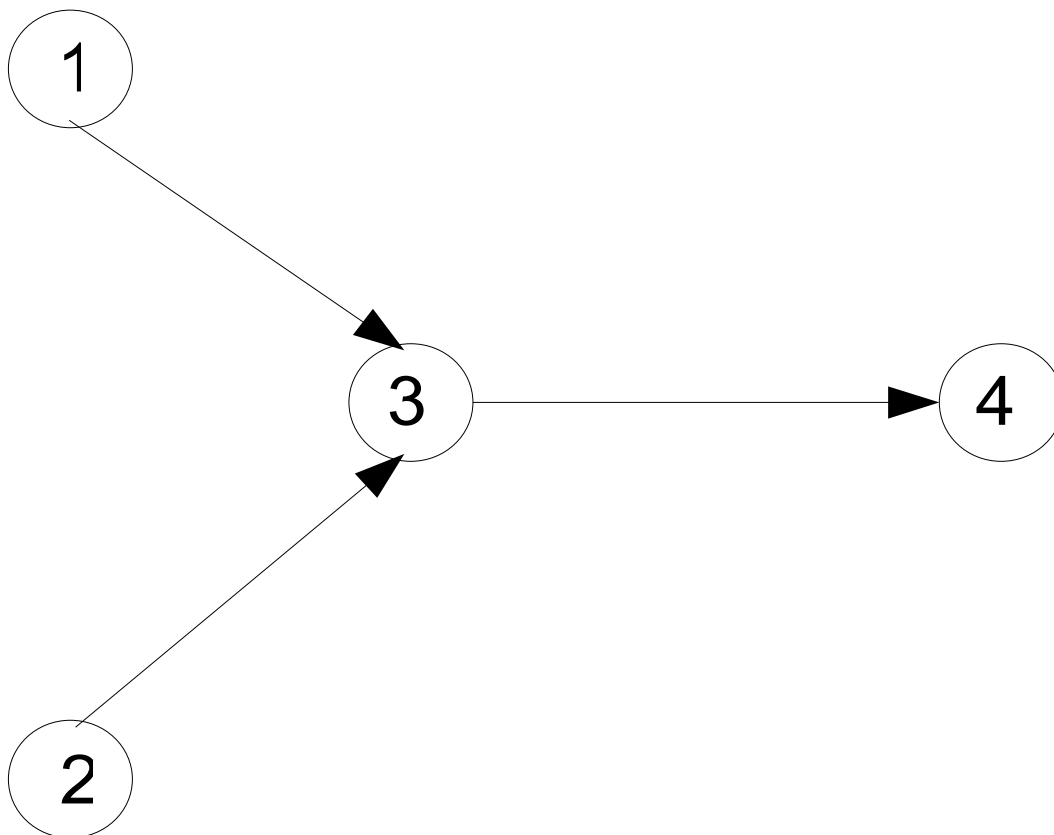


Para resolver el caso anterior se introduce una actividad ficticia D

# INVESTIGACION DE OPERACIONES: PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

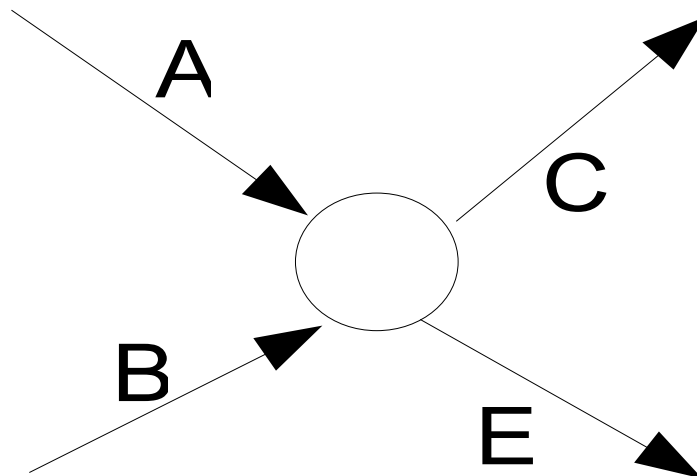


Una actividad parte de un nodo inicial  $i$  hacia un nodo terminal  $j$ , se representa solo una vez en la red.

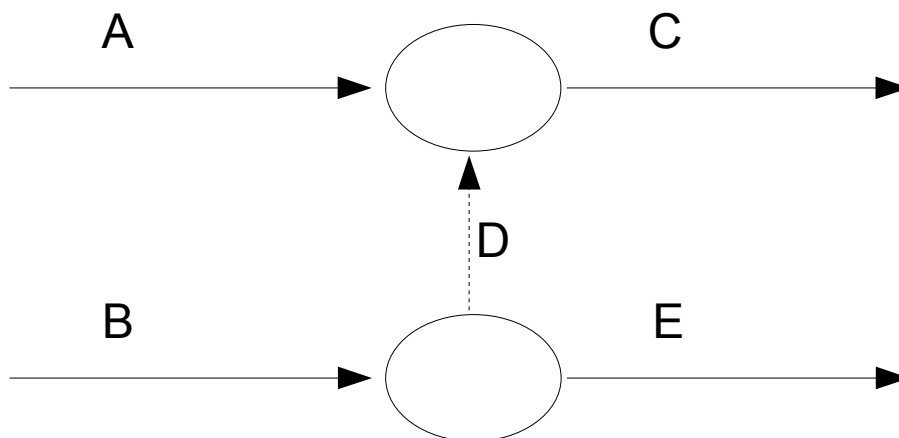


Una actividad se puede descomponer en segmentos, cada segmento es una flecha separada.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES: PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS



A y B preceden a C, pero E es precedida solamente por B.



La forma correcta de representación es incluyendo una actividad ficticia D.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

### Cálculo de la Ruta Crítica:

Se hace en dos etapas:

La primera etapa comprende los **cálculos hacia adelante**, comenzando en el nodo de inicio y moviéndose hasta el nodo final. En cada nodo se calcula el tiempo de inicio más próximo (TIP<sub>i</sub>).

Si  $i = 0$  entonces estamos en el nodo inicial y  $TIP_0 = 0$ . Si  $D_{ij}$  es la duración de la actividad que parte de  $i$  y termina en  $j$ , los cálculos hacia adelante se obtienen utilizando la fórmula:

$$TIP_j = \underset{i}{m\acute{a}x} \{TIP_i + D_{ij}\}$$

Para todas las actividades (i, j) en la red.

La segunda etapa comprende los **cálculos hacia atrás**, comenzando en el nodo terminal o final y moviéndose hasta el nodo inicial. En cada nodo se calcula el tiempo de terminación más tardío (TTT<sub>j</sub>).

Si  $j = n$  entonces estamos en el nodo terminal y  $TTT_n = TIP_n$  para comenzar los cálculos hacia atrás. Si  $D_{ij}$  es la duración de la actividad que parte de  $i$  y termina en  $j$ , los cálculos hacia atrás se obtienen utilizando la fórmula:

$$TTT_i = \underset{j}{m\acute{i}n} \{TTT_j - D_{ij}\}$$

Para todas las actividades (i, j) en la red.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES: PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

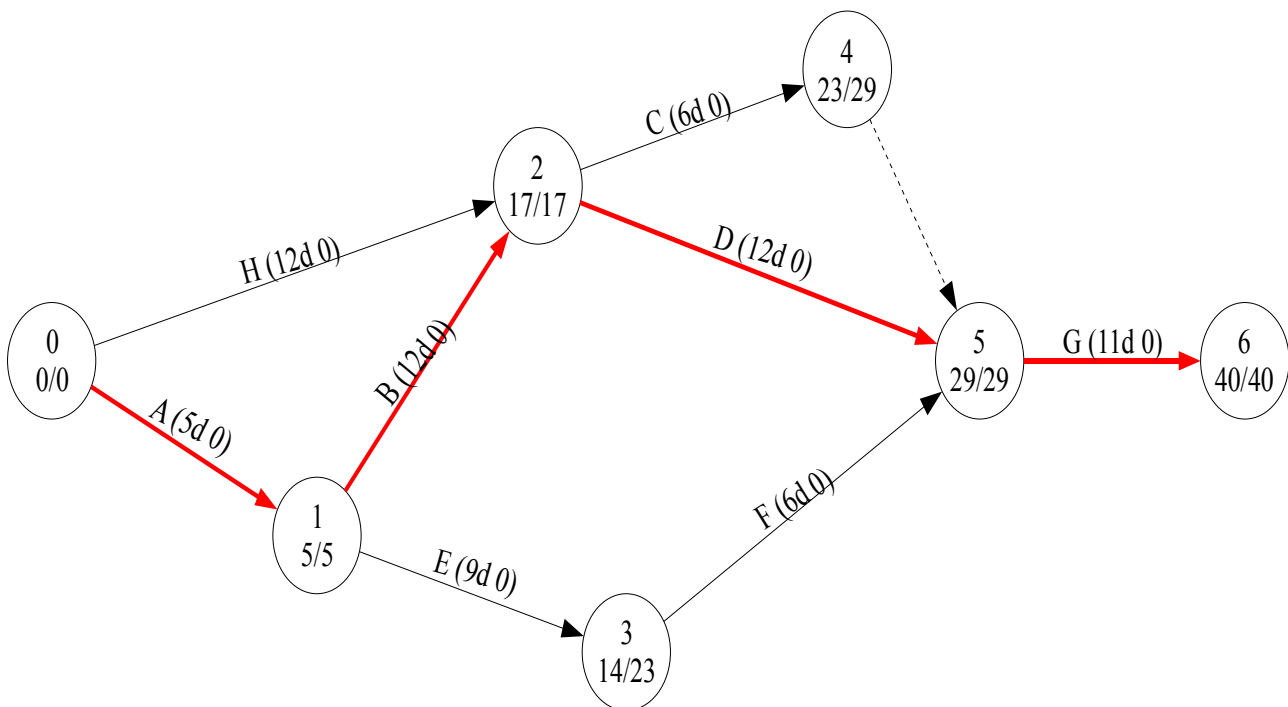
Una actividad será crítica y formará parte de la ruta crítica si cumple las siguientes condiciones:

$$TIP_i = TTT_j$$

$$TIP_j = TTT_i$$

$$TIP_j - TIP_i = TTT_j - TTT_i = D_{ij}$$

Las actividades críticas se distinguen en la red con un color diferente:



# **INVESTIGACION DE OPERACIONES:**

## **PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS**

### **Cálculo de las Holguras.**

Primero necesitamos calcular el tiempo de inicio más tardío (IT) y el tiempo de terminación más próximo (TT), lo cual hacemos con las siguientes fórmulas:

$$\mathbf{IT_{ij} = TTT_j - D_{ij}}$$

$$\mathbf{TT_{ij} = TIP_i + D_{ij}}$$

La holgura total HT para la actividad (i, j) es la diferencia entre el máximo tiempo disponible para realizar la actividad y su duración.

$$\mathbf{HT_{ij} = TTT_j - TIP_i - D_{ij} = TTT_j - TT_{ij} = IT_{ij} - TIP_i}$$

La holgura libre HL para la actividad (i, j) es el exceso de tiempo disponible sobre su duración, y parte de suponer que todas las actividades inician tan pronto como sea posible.

$$\mathbf{HL_{ij} = TIP_j - TIP_i - D_{ij}}$$

Las actividades críticas tienen tanto holgura total como holgura libre igual a cero. Una actividad no crítica puede tener holgura libre igual a cero.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

### TABLA PARA EL PROGRAMA DE TIEMPO QUE PERMITIRÁ CALCULAR LA RUTA CRÍTICA

Actividad (i, j)	Duración Dij	Más Próximo		Más Tardío		Holgura Total HTij	Holgura Libre HLij
		Inicio	Terminación	Inicio	Terminación		
1	2	3	4	5	6	7	8
A							
B							
C							
.							
.							
.							
.							
.							
Zn							



# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

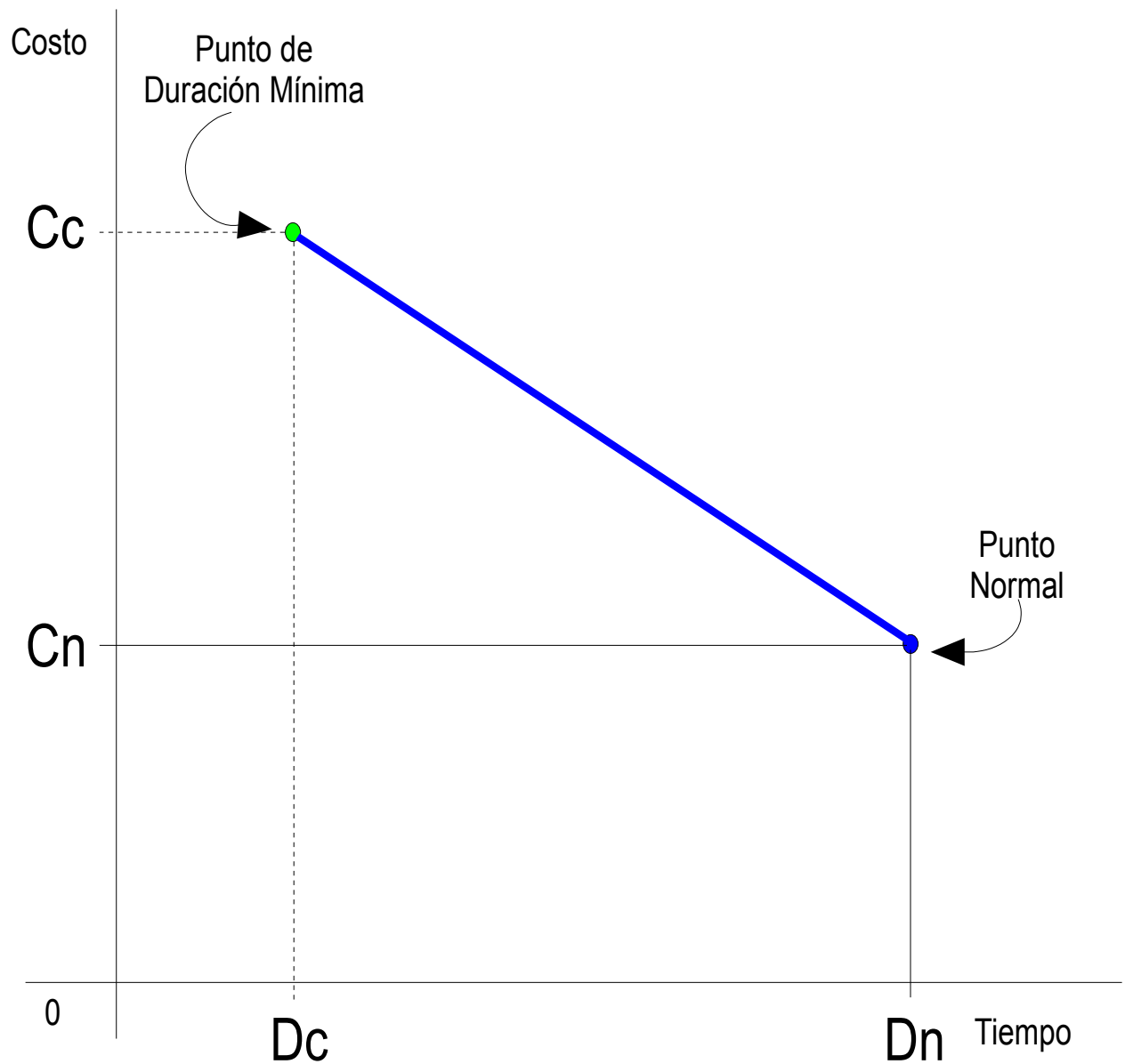
## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

### Costos:

Al introducir costos en la planificación de proyectos debemos tener en cuenta que solamente trabajaremos con los costos directos, ya que los efectos de los costos indirectos se incluirán solamente al final del análisis. La duración de una actividad puede disminuirse aumentando los recursos que se le asignan, con el consiguiente aumento en los costos. Según se muestra en el dibujo mediante la línea con pendiente creciente desde la duración normal hasta la duración mínima (si esto no se cumple el análisis no es válido).

# INVESTIGACION DE OPERACIONES: PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

## PENDIENTE DE COSTO:



# INVESTIGACION DE OPERACIONES:

## PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

La ruta crítica se calcula con la duración normal de las actividades, es decir menor costo, y se calcula el costo correspondiente a este programa. Luego se considera una reducción en la duración del proyecto, tomando en cuenta únicamente las actividades críticas. Se hace el análisis tomando aquella actividad crítica con pendiente de costo más pequeña, y se recorta tanto como sea posible. Esto da lugar, quizá a otra ruta crítica, con un costo más alto. El procedimiento se repite hasta que todas las actividades críticas estén en su duración mínima.

$$\text{Pendiente de Costo} = \frac{C_c - C_n}{D_n - D_c}$$

El resultado final es una curva de costo para los diferentes programas con sus correspondientes costos, como al aumentar la duración del proyecto aumentan los costos indirectos debemos considerar el costo total que es la suma de los costos indirectos mas los directos. El programa óptimo es aquel con costo total mínimo.

# INVESTIGACION DE OPERACIONES: PLANIFICACIÓN DE PROYECTOS

## DETERMINACIÓN DEL PROGRAMA DE COSTO MÍNIMO.

