Especificación de funciones no lineales:

En muchos casos un ajuste o especificación de una función lineal no es compatible con los datos de la muestra, en este caso es necesario especificar otro tipo de función que ajuste mejor los datos observados.

Los tipos de funciones más utilizadas son:

1. Funciones polinómicas.
2. Función Exponencial.
3. Función logarítmica.
4. Función Potencia.
5. Función recíproca.

Caso Lineal-Logarítmico, Modelo logarítmico (Lin-Log)

En este caso el modelo es de la forma:
La función para este modelo viene dada por:

$$e^{Y_i} = e^{\beta_0} * (X_i)^{\beta_1} * e^{(\mu_1)} \tag{1}$$

Cuando aplicamos logaritmos a ambos lados de la ecuación nos queda:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 * \log(X_i) + \mu_i \tag{2}$$

La interpretación del coeficiente β_1 se hace de la siguiente forma:

Se puede utilizar una aproximación de la derivada de y con respecto a ln(x):

$$\frac{dy}{dx} = \beta_i * \frac{1}{x} \tag{3}$$

Si despejamos el parámetro β_1 obtenemos:

$$\beta_i = \frac{dy}{dx/x} \tag{4}$$

Para una varaiación ΔX pequeño

$$\beta_i \simeq \frac{\Delta y}{\Delta x/x} \tag{5}$$

Ahora 100×ΔX/X = cambio porcentual en X, asi un incremento del 1% en X (multiplicando X por 1.01) se asocia con un cambio de .01β_1 en Y.

En otras palabras, una variación del 1% en la variable x (variable explicativa) produce un cambio promedio de β_1/100 en la variable y (variable explicada).

Ejemplo:

Para un modelo lineal en PIB (IngPPA) y como explicativa el logaritmo de los ocupados con educación media log(OcupMed), tenemos el modelo lin-log puede estimarse por MCO:

IngPPA = -241.89 + 435.32*log(OcupMed) + e_i

así un incremento del 1% en los ocupados con educación media (OcupMed) se asocia con un incremento promedio en IngPPA (ingreso per capita en paridad de poder adquisitivo) de 4,35 dolares (435,32/100).

Caso Logarítmico-Lineal, Modelo Exponencial (Log-Lin)

La función para este modelo viene dada por:

$$Y_i = e^{\beta_0} * e^{(\beta_1 * X_i)} * e^{(\mu_i)} \tag{6}$$

Cuando aplicamos logaritmos a ambos lados de la ecuación nos queda:

$$\log\left(Y_i\right) = \beta_0 + \beta_1 * X_i + \mu_i \qquad (7)$$

La interpretación del coeficiente β1 se hace de la siguiente forma:

Para ΔX pequeño,

$$\beta i \simeq \frac{\Delta y / y}{\Delta x} \qquad (8)$$

Ahora 100×(Δy/y) = cambio porcentual en Y, así un cambio en X en una unidad (ΔX = 1) se asocia con un cambio promedio en Y de (100xβ1) % (Y se incrementa en un factor de 1 + β1)

Ejemplo:

Para un modelo en logarítmos del PIB log(IngPPA) y como explicativa los ocupados con educación media (OcupMed), tenemos el modelo log-lin puede estimarse por MCO:

log(IngPPA) = 7.891457541 + 0.000003479*OcupMed + e_i

así un incremento de una persona (1) en los ocupados con educación media (OcupMed) se asocia con un incremento en IngPPA (ingreso per capita en paridad de poder adquisitivo) de 0,0003479% en promedio, (0,000003479*100).

Caso Doble Logarítmico, Modelo Potencia (Log-Log)

La función para este modelo viene dada por:

$$Y_i = e^{\beta_0} * \left(X_i\right)^{(\beta_1)} * e^{(\mu_1)} \qquad (9)$$

Cuando aplicamos logaritmos a ambos lados de la ecuación nos queda:

$$\log\left(Y_i\right) = \beta_0 + \beta_1 * \log\left(X_i\right) + \mu_i \qquad (10)$$

La interpretación del coeficiente β1 se hace de la siguiente forma:

Para ΔX pequeño,

$$\beta i \simeq \frac{\Delta y / y}{\Delta x / x} \tag{11}$$

Ahora 100×(Δy/y) = cambio porcentual en Y, 100×(Δx/x) = cambio porcentual en X, así un cambio del 1% en X se asocia con un cambio de β1% en Y. En la especificación log-log, β1 tiene la interpretación de elasticidad.

Ejemplo:
Ahora tenemo el modelo en logarítmos del PIB log(IngPPA) y como explicativa los logaritmos de ocupados con educación media log(OcupMed), tenemos el modelo log-log puede estimarse por MCO:

log(IngPPA) = 6.83025 + 0.14869*OcupMed + e_i

así un incremento de una 1% en los ocupados con educación media (OcupMed) se asocia con un incremento proemdio en IngPPA (ingreso per capita en paridad de poder adquisitivo) de 0,148%.

Caso Función Inversa (hipérbola equilatera), Modelo Reciproco

La función para este modelo viene dada por:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{1}{X_i} \right) + \mu_1 \tag{12}$$

La derivada de la función es:

$$\frac{dy}{dx} = \beta_i * \frac{-1}{x^2} \tag{13}$$

Por lo que la influencia es contraria al signo del coeficiente.

El modelo **log-Reciproco**, se formula de la siguiente forma:

$$\log(Y_i) = \beta_0 + \beta_1 * \left(\frac{1}{X_i} \right) + \mu_1 \tag{14}$$